Halmazok

1. Feladat. Adott négy halmaz: az alaphalmaz, melynek részhalmazai az A, a B és a C halmaz: $U = \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$, az A elemei a páros számok, a B elemei a hárommal oszthatók, a C halmaz elemei pedig a 2, az 5, a 6, a 10 és a 17.

Ábrázoljuk Venn-diagramon a halmazokat és adjuk meg a következő halmazokat elemeik felsorolásával!

a) $A \cup B = \{$

b) $C \setminus A = \{$

c) $\overline{C} = \{$

d) $C \cap B = \{$

e) $\overline{A \cup B} = \{$

2. Feladat. Adottak az alábbi intervallumok: $A = [-2; 2[$, $B =]-1; 5]$, $C = [1; 3]$, $D =]-3; 0[$.

Ábrázoljuk az intervallumokat számegyenesen és adjuk meg a következő műveletek eredményeit!

a) $D \cap C =$

b) $C \setminus A =$

c) $A \cup D =$

d) $B \cap (C \setminus D) =$

e) $B \cap C \setminus D =$

3. Feladat. Adottak a következő halmazok: $U = A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $A \cap B = \{2\}$, $A \setminus B = \{1; 3; 4\}$. Adjuk meg az A és a B halmaz elemeit az elemek felsorolásával!

4. Feladat. Egy iskola egyik évfolyamán háromféle sportágat űznek a diákok: vízilabda, labdarúgás és kosárlabda. Hét tanuló mindhárom sportággal foglalkozik. 32 tanuló űzi egyszerre a vízilabdát és a labdarúgást, 25-en kosaraznak és fociznak és 17-en egyszerre vízilabdáznak és kosárlabdáznak. Csak kosárlabdát 15 tanuló játszik, 20-an csak vízilabdáznak és 10-en csak fociznak.

a) Hányan járnak az évfolyamra, ha tudjuk, hogy 15 olyan tanuló is van, aki nem sportol?

b) Összesen hányan vannak azok, akik labdarúgással foglalkoznak?

c) Hány olyan tanuló van, aki pontosan kettő sportágat űz a fenti háromból?

További gyakorlópéldák: TK. 30/1/a-h, 3, 4, 6;
34/1, 2;
35/5;
37/3, 4.

Algebra

5. Feladat. Határozzuk meg az alábbi kifejezések pontos értékét!

a) $3^2 =$

b) $25^{-1} =$

c) $\left(-\frac{3}{7}\right)^0 =$

d) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-3} =$

e) $(2^4)^2 =$

f) $2^{-4} =$

g) $2^3 \cdot 2^5 =$

h) $5^4 \cdot 5^2 \cdot 5^{-3}$

i) $\frac{12^5}{12^4} =$

j) $\frac{3^4}{3^8} =$

k) $1{,}32 \cdot 10^5 =$

l) $3{,}02 \cdot 10^{-2} =$

m) $7{,}205 \cdot 10^7 =$

n) $9,003 \cdot 10^{-1} =$

6. Feladat. Hozzuk egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket!

a) $\frac{(3^2 \cdot 9^{-2})^2 \cdot 27}{81^{-3} \cdot 9} =$

b) $\left(\frac{x^3y \cdot xy^4}{(x^2y^{-2})^4 \cdot x^2}\right)^2 =$

7. Feladat. Bontsuk fel a zárójelet!

a) $(x+1)^2 =$

b) $(y-2)^2 =$

c) $(3x+1)(3x-1) =$

d) $(3-x)^2 =$

e) $(2a+x)^2 =$

f) $(3x-2y)(3x+2y) =$

8. Feladat. Alakítsuk szorzattá az alábbi kifejezéseket!

a) $x^2 + 4x + 4 =$

b) $x^2 - 9 =$

c) $4x^2 - 4xy + y^2 =$

d) $x^2 - a^2 =$

e) $16x^4 + 16x^2y + 4y^2 =$

f) $9y^2 - 24y + 16 =$

g) $2x + 10 =$

h) $6x - 3x^2 =$

i) $2ax + ab =$

9. Feladat. Végezzük el a kijelölt műveleteket!

a) $\dfrac{4x^2+4x+1}{2x+1} : \dfrac{4x^2-1}{10x-5} =$

b) $\dfrac{9x^2-30x+25}{9x-15} : \dfrac{9x^2-25}{6x+10} =$

10. Feladat. Milyen számot írjunk a és x helyére, hogy teljesüljenek a következő oszthatóságok?

a) $2 \mid \overline{3x2a}$

b) $3 \mid \overline{x24}$

c) $10 \mid \overline{35a0x}$

d) $5 \mid \overline{a44x}$

11. Feladat. Teljesülnek-e az alábbi oszthatóságok? Válaszát oszthatósági szabályokra történő hivatkozással indokolja!

a) $12 \mid 144$

b) $15 \mid 3205$

c) $6 \mid 2862$

d) $18 \mid 180$

e) $36 \mid 15\,300$

f) $4 \mid 2634$

g) $9 \mid 12548$

h) $8 \mid 26\,032$

i) $4 \mid 144$

12. Feladat. Váltsuk át az alábbi számokat 10-es számrendszerbe!

a) $1011010_2 =$

b) $32671_8 =$

c) $120201_3 =$

d) $3241_6 =$

13. Feladat. Váltsuk át a tízes számrendszerben adott 1342-t

a) 2-es számrendszerbe

b) 5-ös számrendszerbe

További gyakorlópéldák: TK. 51/1, 2, 3;
54/1, 2, 3, 4, 5;
59/3, 5;
64/1;
65/4, 5, 6, 7;
67/1, 2, 3;
73/1, 2;
86/1, 2, 3.

Sárga feladatgyűjtemény: 105/60, 61, 62, 65
109/83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94
111/103, 104
116/142
117/143
120/152
125/164, 165, 166
127/172, 173, 174, 175

Függvények

14. Feladat. Ábrázoljuk a következő függvényeket koordináta-rendszerben és állapítsuk meg a függvények értelmezési tartományát, értékkészletét, zérushelyeit, szélsőértékeinek fajtáit és helyeit, monotonitásukat és a paritásukat (páros, páratlan, egyik sem), valamint, hogy melyik függvény milyen típusú (lineáris, abszolútérték, hiperbola)!

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = |x|$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

d) $f(x) = -2x + 1$

e) $f(x) = -2|x + 1|$

f) $f(x) = \dfrac{1}{3}|x - 1| - 1$

g) $f(x) = \dfrac{1}{x + 1}$

h) $f(x) = \dfrac{3}{2}x + 3$

i) $f(x) = -|x - 3| + 2$

j) $f(x) = -\dfrac{5}{2}x$

k) $f(x) = |x| + 2$

l) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

m) $f(x) = \dfrac{1}{x - 2} - 1$

További gyakorlópéldák: TK. 95/1; 101/1; 113/1

Geometria

15. Feladat. Hány átlója van azon sokszögeknek, mely sokszög oldalainak száma

a) 3

b) 5

c) 10

d) 25

e) 28

f) 14.

16. Feladat. Mekkora a belső szögek összege és mekkora egy belső szöge annak a szabályos sokszögnek, mely sokszög oldalainak száma

a) 3

b) 5

c) 10

d) 25

e) 28

f) 14.

17. Feladat. Szögei szerint milyen típusú az a háromszög, amelyben a szögek aránya az alábbi. Válaszát indolkolja!

a) 1:3:4

b) 2:5:3

c) 6:8:10

d) 5:12:13

e) 1:3:14

18. Feladat. Határozzuk meg annak a derékszögű háromszögnek az átfogóját, melynek két befogója 6 és 8 cm hosszú!

19. Feladat. Mekkora a téglalap rövidebbik oldala, ha átlója 13 cm és a hosszabbik oldala 12 cm?

20. Feladat. Határozzuk meg a szimmetrikus trapéz magasságát, ha rövidebbik alapja 4 cm, a hosszabbik 10 cm, a szárai pedig 5 cm hosszúak!

21. Feladat. Határozzuk meg a paralelogramma összes szögének nagyságátt, ha tudjuk, hogy az egyik hegyesszöge 75°-os!

22. Feladat. Határozzuk meg a háromszög belső és külső szögeinek nagyságát, ha egyik belső szöge 35° és az egyik külső szög pedig 110°-os!

További gyakorlópéldák: TK. 138/1, 2, 3, 5, 11;
142/2, 3, 4, 6, 9, 11;
144/1, 2, 3;
Az elméletet meg kell tanulni: 128-156. oldal!

Egyenletek, egyenlőtlenségek

23. Feladat. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket és egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

a) $11x - 15 - 3x \geq 5x + 4 - 2x$

b) $2y - 5y - 5 \leq 8 - 3y - 11$

c) $4y - 3(20 - y) > 6y - 7(8 + y)$

d) $21 + 7x < 2(x - 3) + 48 - 4(3 - x)$

e) $\frac{x}{6} - \frac{x}{3} = 1 - \frac{x}{4}$

f) $1 - \frac{2x - 5}{6} \leq \frac{3 - x}{4}$

g) $7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} = 2 - \frac{2x - 1}{3}$

h) $\frac{2x + 3}{5} - \frac{3x - 2}{3} \geq \frac{x}{5} + 1$

i) $\frac{10x}{5} - \frac{x - 2}{3} \leq 3 - 2(3 - x)$

j) $\frac{2x + 3}{4} + \frac{5x - 2}{5} = 1 - \frac{4x - 3}{10}$

k) $3x - 5 = x - 2(x + 3) + 4x - (x + 5)$

l) $x - (2x + 3) - 4(x + 5) = 0$

m) $2x - 3 + 7x + 6 = -8x + 5 - 3x + 8$

n) $4x - 7 + 6 - 2x = 3x - 2 + 9x + 13$

o) $3x + 5 + x - 2 = 6x + 7 + 7x - 3$

p) $5x - 7 + 3x + 4 = -3x - 3 + 2 + 11x$

q) $-4x - 2 + 9x + 4 = -x + 7 + 6x - 5$

r) $2x - 7 + (8 + 3x) = 26$

s) $3x - 7 - (2 - 4x) = 54$

t) $2(5x - 8) - 3(4x - 5) = 4(3x - 4) + 11$

További gyakorlópéldák: TK. 176/1;
181/2, 3, 4;

Sárga feladatgyűjtemény: 159/1, 2, 3, 4, 5, 6
160/16 - 162/51
188/333 - 190/357